EXERCICE№1

1) $U_n = \frac{3n-1}{n+2} = \frac{3-\frac{1}{n}}{1+\frac{2}{n}}$; $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 3$

2) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n-1}{3n+2} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1-\frac{1}{n}}{3+\frac{2}{n}} = \frac{1}{3}$

3) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2-n+2} = 0$

4) $\lim\limits_{n\to+\infty} (n^3 - 2n^2 + 1) = \lim\limits_{n\to+\infty} n^3\left(1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}\right) = +\infty$

5) $U_n = \frac{3n-1}{|-n+2|}$

Pour n > 2 $U_n = \frac{3n-1}{n-2} = \frac{3-\frac{1}{n}}{1-\frac{2}{n}}$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 3$

6) $U_n = \sqrt{\frac{n^2+1}{n+1}} = \sqrt{\frac{n+\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}}}$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$

7) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim\limits_{x\to 0} \sin x = 0$ d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right) = 0$

8) $\lim\limits_{n\to+\infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right) = 1$ car $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ et $\lim\limits_{x\to 0} \cos x = 1$

EXERCICE№2

$a_n = \frac{n[1+(-1)^n]}{n^2+1}$

1) $a_{2n} = \frac{2n[1+(-1)^{2n}}{4n^2+1} = \frac{4n}{4n^2+1}$; $a_{2n+1} = 0$

2) $\lim\limits_{n\to+\infty} a_{2n+1} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} a_{2n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{4n}{4n^2+1} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{4}{4n+\frac{1}{n}} = 0$ d'où

$\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$ et par suite a_n est convergente.

EXERCICE№3

$a_n = \frac{n[1+(-1)^n]}{n+1}$

1) $a_{2n} = \frac{2n[1+(-1)^{2n}]}{2n+1} = \frac{4n}{2n+1}$; $a_{2n+1} = 0$

2) $\lim\limits_{n\to+\infty} a_{2n+1} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} a_{2n} = 2 \neq \lim\limits_{n\to+\infty} a_{2n+1}$ d'où (a_n) est divergente

EXERCICE№4

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left[2 + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right] = 2$ car $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ $(-1 < \frac{1}{3} < 1)$

2) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{3+2^n} = 0$

3) $U_n = \frac{2^n}{1+2^n} = \frac{1}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}$; $(-1 < \frac{1}{2} < 1) \Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

Par suite $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 1$